高斯消元得出的上三角矩阵形态一定是唯一的

除了行列线性组合的角度的两种角度，一种是行向量乘以列向量，相当于两个向量点积了，这个是通常用于定义矩阵乘法的角度；一种是列向量乘以行向量，相当于把结果分割成几个长得一样的矩阵的和。当然课程中提到了列向量乘以行向量得到的矩阵的所有列向量都在一个方向且所有行向量也都在一个方向。

能见到分块矩阵我很兴奋，我不记得自己有看过，所以上一次学我应该是有意识地略过去了。总的来说，非常符合直觉，放心用就行了，证明可以偷懒（

接下来进入逆的话题。矩阵乘法本身作为一个代数系统很自然地有“逆”这种东西。

可逆就是非奇异，不可逆就是奇异。

一个方阵的行向量之间如果线性相关，或者这个矩阵的列向量之间线性相关，可以推出这个矩阵没有逆，或者说奇异。你可以轻松用一行公式的反证法推出这个结论。（别忘了方阵的左逆等于右逆）

根据高斯约尔当法，有没有逆，其实就相当于可不可以用高斯消元法消成上三角矩阵（顺便这个方法也可以说明逆是唯一的，虽然逆是唯一的这件事也可以用抽象代数的结论得出），因此没有逆也就相当于这个方阵线性相关了。

所以线性相关和没有逆是等价的。

当然这里更顺的逻辑是从高斯约尔当法出发，但你实际盘逻辑的时候会发现我们现在其实真的只是学了皮毛，逻辑没法很顺遂，包括昨天我的失败证明也是如此，保持学习吧。